

математики АН БССР, среди коллег-математиков, с которыми пересекались его научные интересы, среди людей, хотя бы краткое время его знавших.

Светлая память о Владимире Геннадиевиче навсегда останется в сердцах всех, кто его знал.

Список научных работ В. Г. Спринджука

1. *О некоторых общих вопросах приближения чисел алгебраическими числами*, Лит. мат. сб., 1962, т. 2, № 1, 129–145.
2. *О теоремах А. Я. Хинчина, Й. П. Кубилюса*, Лит. мат. сб., 1962, т. 2, № 1, 147–152.
3. *Вопросы приближения p -адических чисел*, Лит. мат. сб., 1962, т. 2, № 1, 234.
4. *Об алгебраических приближениях в поле степенных рядов*, Вестн. ЛГУ, сер. мат., мех. астр., 1963, т. 18, № 3, 130–134.
5. *О числе решений диофантова уравнения $x^3 = y^2 + A$* , Докл. АН БССР, 1963, т. 7, № 1, 9–11.
6. *К теореме Дилворта о частично упорядоченных множествах*, Докл. АН БССР, 1963, т. 7, № 12, 803–804.
7. *О мере множества S -чисел в p -адическом поле*, Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 1, 1292.
8. *Метрические теоремы об алгебраических приближениях в поле степенных рядов*, Лит. мат. сб., 1963, т. 2, № 2, 207–213.
9. *Об одной классификации трансцендентных чисел*, Лит. мат. сб., 1963, т. 2, № 2, 215–219.
10. *К гипотезе К. Малера о мере множества S -чисел*, Лит. мат. сб., 1963, т. 2, № 2, 221–226.
11. *Метрические теоремы о диофантовых приближениях и приближения алгебраическими элементами ограниченной степени*, Ленинград, 1963, 8с. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.
12. *О гипотезе Малера*, Докл. АН СССР, 1964, т. 154, № 4, 783–786.
13. *Еще о гипотезе Малера*, Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 1, 54–56.
14. *Доказательство гипотезы Малера о мере множества комплексных S -чисел*, Успехи мат. наук, 1964, т. 19, № 2, 191–194.
15. *Доказательство гипотезы Малера о мере множества S -чисел*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1965, т. 29, № 2, 379–436.
16. *Проблема Малера в метрической теории чисел*, Ленинград, 1965, 19 с. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук.
17. *Асимптотическое поведение интегралов от квазипериодических функций*, Дифференц. уравнения, 1967, т. 3, № 6, 862–868.
18. *Метрическая теорема о наименьших значениях целочисленных полиномов от многих переменных*, Докл. АН БССР, 1967, т. 11, № 1, 5–6.
19. *К теореме Бейкера о линейных формах с логарифмами*, Докл. АН БССР, 1967, т. 11, № 9, 767–769.
20. *К метрической теории линейных диофантовых приближений*, Докл. АН СССР, 1967, т. 176, № 1, 43–45.
21. *Конечность числа рациональных и алгебраических точек на некоторых трансцендентных кривых*, Докл. АН СССР, 1967, т. 177, № 3, 524–527.
22. *Асимптотика числа решений некоторых диофантовых неравенств*, Докл. АН СССР, 1967, т. 173, № 4, 770–772.
23. *Проблема Малера в метрической теории чисел*, Минск, Наука и техника, 1967, 182 с. Английский перевод: *Mahler's problem in metric number theory*, Amer. Math. Soc. Transl., Vol. 25, 1969, 192 pp.

24. *Оценки линейных форм с p -адическими логарифмами алгебраических чисел*, Весці АН БССР, Сер. фіз.-мат. навук, 1968, № 4, 5–14.
25. *Квазипериодические функции с неограниченным неопределенным интегралом*, Докл. АН БССР, 1968, т. 12, № 1, 5–9.
26. *Эффективизация в некоторых задачах теории диофантовых приближений*, Докл. АН БССР, 1968, т. 12, № 4, 293–297.
27. *Иррациональность значений некоторых трансцендентных функций*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1968, т. 32, № 1, 93–107.
28. (с А. И. Виноградовым) *О представлении чисел бинарными формами*, Мат. заметки, 1968, т. 3, № 4, 369–376.
29. *К метрической теории „нелинейных“ диофантовых приближений*, Докл. АН БССР, 1969, т. 13, № 4, 298–301.
30. *К теории гипергеометрических функций Зигеля*, Докл. АН БССР, 1969, т. 13, № 5, 389–391.
31. *Эффективные оценки в „тернарных“ показательных диофантовых уравнениях*, Докл. АН БССР, 1969, т. 13, № 9, 777–780.
32. *Закон ошибок Гаусса в распределении значений „коротких“ сумм Вейля*, Докл. АН БССР, 1969, т. 13, № 10, 873–875.
33. *О представлении целых чисел ограниченным числом случайных слагаемых*, Весці АН БССР, Сер. фіз.-мат. навук, 1970, № 1, 5–14.
34. *Эффективная оценка рациональных приближений к алгебраическим числам*, Докл. АН БССР, 1970, т. 14, № 8, 681–684.
35. *Новое применение p -адического анализа к представлениям чисел бинарными формами*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1970, т. 34, № 5, 1038–1063.
36. *New applications of analytic and p -adic methods in Diophantine approximations*, Proc. Int. Congress Math., Nice 1970, vol. I, Paris 1971, 505–509. Русский перевод: *Новые применения аналитического и p -адического методов в теории диофантовых приближений*, Междунар. конгресс математиков в Ницце, 1970, Доклады советских математиков, Москва 1972, 301–306.
37. *An application of the p -adic analysis in the diophantine equations*, Berichte aus dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, 1971, Bd. 5, 185–188.
38. *Улучшение оценки рациональных приближений к алгебраическим числам*, Докл. АН БССР, 1971, т. 15, № 2, 101–104.
39. *О наибольшем простом делителе бинарной формы*, Докл. АН БССР, 1971, т. 15, № 5, 389–391.
40. *Об оценках единиц алгебраических полей*, Докл. АН БССР, 1971, т. 15, № 12, 1065–1068.
41. *О рациональных приближениях к алгебраическим числам*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1971, т. 35, № 5, 991–1007.
42. *Об оценке решений уравнения Туэ*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1972, т. 36, № 4, 712–741.
43. *On the equation of Thue–Mahler*, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Tagungsbericht 28/1972, 16.
44. *Метод тригонометрических сумм и метрической теории диофантовых приближений зависимых величин*, Труды мат. ин-та им. В. А. Стеклова, 1972, т. 128, 212–228.
45. *Eine Diophantische Eigenschaft der Trajektorien der brounschen Bewegung*, Wiss. Z., Friedrich Schiller Univ., 1972, Heft 1, 157–160.
46. *Свободные от квадратов делители многочленов и числа классов идеалов алгебраических числовых полей*, Acta Arith. 1973, t. 24, № 2, 143–149.
47. (с С. В. Котовым) *Эффективный анализ уравнения Туэ–Малера в относительных полях*, Докл. АН БССР, 1973, т. 17, № 4, 393–395.
48. *О структуре чисел, представимых бинарными формами*, Докл. АН БССР, 1973, т. 17, № 8, 685–688.
49. *Применение метода тригонометрических сумм в метрической теории диофантовых*

- приближений зависимых величин. Межд. конф. по теории чисел. Москва, 14–18 сент. 1971 г.*, Труды мат. ин-та им. В. А. Стеклова, Наука, Москва 1973, т. 132, 137–142.
50. *Эффективный анализ уравнений Туэ и Туэ–Малера. Актуальные проблемы аналитической теории чисел*, Минск, 1974, 199–222.
51. *Метрическая теория диофантовых приближений. Актуальные проблемы аналитической теории чисел*, Минск, 1974, 178–198.
52. *The distribution of the fundamental units of real quadratic fields*, Acta Arith., 1974, t. 25, № 4, 405–409.
53. *“Almost every” algebraic number-field has a large class-number*, Acta Arith., 1974, t. 25, № 4, 411–413.
54. *Поля алгебраических чисел с большим числом классов*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1974, т. 38, № 5, 971–982.
55. *On extended Riemann hypothesis*, Colloquia Math. Soc. J. Bolyai, Topics in number theory, Debrecen (Hungary), 1974, v. 13, 369–372.
56. *Representation of numbers by the norm forms with two dominating variables*, J. Number Theory, 1974, v. 6, № 6, 481–486.
57. *Вертикальное распределение нулей дзета-функции и расширенная гипотеза Римана*, Acta Arith., 1975, t. 27, 317–332.
58. *Диофантовы уравнения и числа классов идеалов*, Мат. заметки, 1975, т. 17, № 1, 161–168.
59. *Классические проблемы о простых числах и распределение нулей дзета-функции Римана*, Пробл. развития прикл. мат. исслед. 4-я Респ. конф. математиков Белоруссии, Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, Минск, 1975, ч. 2, 70.
60. *Гиперэллиптическое диофантово уравнение и числа классов идеалов*, Acta Arith., 1976, t. 30, № 1, 95–108.
61. (с С. В. Котовым) *О приближении алгебраических чисел алгебраическими числами заданного поля*, Докл. АН БССР, 1976, т. 20, № 7, 581–584.
62. (с С. В. Котовым) *О рациональных приближениях к алгебраическим числам*, Теорет. и прикл. вопр. алгебры и дифференц. уравнений, Киев, 1976, 99–100.
63. (с С. В. Котовым). *Уравнение Туэ–Малера в относительном поле и приближение алгебраических чисел алгебраическими числами*, Изв. АН СССР, Сер. мат., 1977, т. 41, № 4, 723–751.
64. *Диофантовы уравнения и числа классов*. Отчет о конференциях, Обервольфах (ФРГ), Мат. науч.-исслед. ин-т, 1977, № 33.
65. *Арифметическая структура целочисленных многочленов и числа классов идеалов*, Труды мат. ин-та АН СССР, Наука, Москва, 1977, т. 143, 152–174.
66. *Метрическая теория диофантовых приближений*, Наука, Москва, 1977, 143с. Английский перевод: *Metric theory of diophantine approximations*, New York, 1979, 156 p.
67. (с В. Т. Вильчинским) *Диофантовы приближения на случайных многообразиях*, Докл. АН БССР, 1978, т. 22, № 12, 1065–1066.
68. *Теорема Гильберта о неприводимости и рациональные точки на алгебраических кривых*, Докл. АН СССР, 1979, т. 247, № 2, 285–289.
69. *Диофантовы приближения*, Мат. энциклопедия, Сов. энциклопедия, М., 1979, т. 2, 162–167.
70. *Диофантовых приближений метрическая теория*, Мат. энциклопедия, Сов. энциклопедия, М., 1979, т. 2, 171–173.
71. *Диофантовых приближений проблемы эффективизации*, Мат. энциклопедия, Сов. энциклопедия, М., 1979, т. 2, 173.
72. *An effective version of Hilbert’s irreducibility theorem*, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, 1979, N. 23.
73. *Diophantine equations and class numbers*, Publications Mathématiques de l’Université Pierre et Marie Curie, Groupe d’Etudes sur les Problèmes Diophantiens, 1979, 1980, 4.1–4.16.

74. *Diophantine approximations on manifolds*, Publications Mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie, Groupe d'Etudes sur les Problèmes Diophantiens, 1979/1980, 5.1–5.15.
75. *Reducibility of polynomials and rational points on algebraic curves*, Publications Mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie, Groupe d'Etudes sur les Problèmes Diophantiens, 1979/1980, 6.1–6.21.
76. *Приводимость многочленов и рациональные точки на алгебраических кривых*, Докл. АН СССР, 1980, т. 250, № 6, 1327–1330.
77. *Достижения и проблемы теории диофантовых приближений*, Успехи матем. наук, 1980, т. 35, № 4, 3–68.
78. *Reducibility of polynomials and rational points on algebraic curves*, Séminaire Delange–Pisot–Poitou, Birkhäuser, Boston, Inc., 1980, 287–309.
79. *Диофантовы уравнения с неизвестными простыми числами*, Труды мат. ин-та АН СССР им. В. А. Стеклова. М., 1981, т. 158. Аналитическая теория чисел, математический анализ и их приложения, 180–196.
80. *Метрическая теория чисел*, Мат. энциклопедия, Сов. энциклопедия, М., 1982, т. 3, 662–666.
81. *Классические диофантовы уравнения от двух неизвестных*, Наука, Москва, 1982, 288с.
82. *Арифметические свойства алгебраических степенных рядов. Теория трансцендентных чисел и ее приложения: Всесоюз. конф. 2–4 февр.*, МГУ, М., 1983, 124–125.
83. *Arithmetic specializations in polynomials*, J. Reine Angew. Math., 1983, Band 340, 26–52.
84. *Арифметические и алгоритмические проблемы разложения многочленов на множители. Всесоюзная конференция „Теория чисел и ее приложения“ 17–19 сент. 1985 г.*, Тбилиси, 1985, 237.
85. *Диофантовы приближения к значениям алгебраических функций*, Докл. АН БССР, 1985, т. 29, № 2, 101–103.
86. *Арифметические специализации в полях обращения многочленов*, Докл. АН БССР, 1986, т. 30, № 7, 581–584.
87. *Theory of arithmetic specializations*, New Advances in Transcendence Theory, Cambridge University Press, 1988, 366–374.

Поступило 11.4.1988

(1811)

О точном порядке приближения нуля значениями целочисленных многочленов

В. И. Берник (Минск)

Памяти В. Г. Спринджука посвящается

Пусть $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ — многочлен с целыми коэффициентами, $H = H(P) = \max_{0 \leq i \leq n} |a_i|$ — высота $P(x)$. В 1932 году Малер

[12] высказал предположение, согласно которого неравенство

$$(1) \quad |P(x)| < H^{-n-\varepsilon}$$

при любом $\varepsilon > 0$ имеет для почти всех $x \in \mathbf{R}$ лишь конечное число решений в полиномах $P(x) \in \mathbf{Z}[x]$. Это предположение было доказано в 1964 году Спринджуком [7]–[10]. Через два года А. Бэйкер [11] доказал, что меру нуль имеет множество тех x для которых бесконечно часто выполняется неравенство

$$(2) \quad |P(x)| < \Psi^n(H).$$

Условия, налагаемые на функцию $\Psi(x)$ следующие: $\Psi(x)$ монотонно убывает и

$$\sum_{H=1}^{\infty} \Psi(H) < \infty.$$

В этой же работе ставится гипотеза, доказательству которой посвящена настоящая работа.

ТЕОРЕМА. Неравенство

$$(3) \quad |P(x)| < H^{-n+1} \Psi(H)$$

имеет для почти всех x лишь конечное число решений.

Заметим, что к моменту написания работы [11] эту гипотезу можно было доказать при $n = 1, 2, 3$. Метод, с помощью которого получена теорема позволяет доказать, что неравенство

$$(4) \quad |P(z)| < H^{-(n-2)/2} \Psi^{1/2}(H)$$