der Mathematischen Erkenntnis. Ausarbeitungen seiner Vorlesungen sind im Göttinger Mathematischen Institut vorhanden, eine von diesen erschien im Druck [48].

MATHEMATISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT BASEL
RHEINSPRUNG 21, Ch 4051, BASEL

Eingegangen am 28.6.1985 (1527)

ACTA ARITHMETICA
XLVII (1986)

Liste der Publikationen von Max Deuring

1. *Verzweigungstheorie bewerteter Körper*, Math. Ann. 105 (1931), S. 277–307.
2. *Zur Theorie der Normen Relativzyklischer Körper*, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. I, 24 (1931), S. 199–200.
3. *Zur Theorie der Idealklassen in algebraischen Funktionenkörpern*, Math. Ann. 106 (1932), S. 103–106.
4. *Zur arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen*, ibid. 106 (1932), S. 77–102.
5. *Galoissche Theorie und Darstellungstheorie*, ibid. 107 (1932), S. 140–144.
6. *Imaginäre quadratische Zahlkörper und die Nullstellen der Riemannschen Zetafunktion*. Verh. Int. Math. Kongr. Zürich 1932, Bd. II, S. 4–5.
7. *On the zeros of certain zeta functions*, Bull. Amer. Math. Soc. 39 (1933), S. 350.
8. *Imaginäre quadratische Zahlkörper mit der Klassenzahl* 1, Math. Z. 37 (1933), S. 405–415.
9. *Über den Tschebotareffschen Dichtigkeitssatz*, Math. Ann. 110 (1934), S. 414–415.
10. *Zetafunktionen quadratischer Formen*, J. Reine Angew. Math. 172 (1935), S. 226–252.
11. *Algebren* (Erg. d. Math. u. ihrer Grenzgeb. Hrsg. v. d. Schriftleitung d. Zbl. f. Math. Bd. 4, H. 1), Julius Springer, Berlin 1935.
12. *Neuer Beweis des Baureschen Satzes*, J. Reine Angew. Math. 173 (1935), S. 1–4.
13. *Über den Hauptsatz der Algebrentheorie*, ibid. 175 (1936), S. 63–64.
14. *Einbettung von Algebren in Algebren mit kleinerem Zentrum*, ibid. 175 (1936), S. 124–128.
15. *Automorphismen und Divisorenklassen der Ordnung* 1 *in algebraischen Funktionenkörpern*, Math. Ann. 113 (1936), S. 208–215.
16. *Anwendung der Darstellungen von Gruppen durch lineare Substitutionen auf die Galoissche Theorie*, ibid. 113 (1936), S. 40–47.
17. *On Epsteins Zetafunction*, Ann. of Math. 38 (1937), S. 585–593.
18. *Arithmetische Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionenkörper*, *1*, J. Reine Angew. Math. 177 (1937), S. 161–191.
19. *Zur Theorie der Moduln algebraischer Funktionenkörper*, Math. Z. 47 (1940), S. 34–46.
20. *Arithmetische Theorie der Korrespondenzen algebraischer Funktionenkörper*, *2*, J. Reine Angew. Math. 183 (1940), S. 25–36.
21. *Invarianten und Normalformen elliptischer Funktionenkörper*, Math. Z. 47 (1940), S. 47–56.
22. *Die Typen der Multiplikatorenringe elliptischer Funktionenkörper*, Abh. Math. Semin. Hansische Univ. 14 (1941), S. 197–272.
23. *La teoria aritmetica delle funzioni algebriche di una variabile*, Univ. Roma e Ist. Naz. Alta Mat., Rend. Mat. e Appl. (5) 2 (1941), S. 361–412.
24. *Reduktion algebraischer Funktionenkörper nach Primdivisoren des Konstantenkörpers*, Math. Z. 47 (1942), S. 643–654.
25. *Die Anzahl der Typen von Maximalordnungen in einer Quaternionenalgebra von primer Grundzahl*. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Math.-Phys.-Chem. Abt., 1945, S. 48–50.
26. *Teilbarkeitseigenschaften der singulären Moduln der elliptischen Funktionen und die Diskriminante der Klassengleichung*, Comment. Math. Helv. 19 (1946), S. 74–82.

27. *Eine Bemerkung über die Bürmann–Lagrangesche Reihe*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Math.-Phys.-Chem. Abt., 1946, S. 33–35.
28. *Zur Theorie der elliptischen Funktionenkörper*, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 15 (1947), S. 211–261.
29. *Teilbarkeitseigenschaften der singulären Moduln der elliptischen Funktionen*, Ber. Math.-Tagung 1946, Tübingen 1947, S. 62–63.
30. *Algebraische Funktionenkörper und algebraische Geometrie*, *Naturforschung und Medizin in Deutschland 1939–1946*, Bd. 2, Wiesbaden 1948, S. 149–162.
31. *Algebraische Begründung der komplexen Multiplikation*, Abh. Math. Sem. Hamburg 16 (1-2) (1949), S. 32–47.
32. *Eine Bemerkung zum Cauchyschen Integralsatz*, Arch. Math. 1 (1949), S. 321–322.
33. *Sinn und Bedeutung der Mathematischen Erkenntnis* (*Das Problem der Gesetzlichkeit.*), R. Meiner-Verlag, Hamburg 1949.
34. *Die Anzahl der Typen von Maximalordnungen einer definiten Quaternionenalgebra mit primer Grundzahl*, Jber. Deutsch. Math. Verein 54 (1950), S. 24–41.
35. *Die Gruppentheorie*, Akad. Wiss. Mainz Jahrbuch 1951, S. 270–276.
36. *Die Struktur der elliptischen Funktionenkörper und die Klassenkörper der imaginaren quadratischen Zahlkörper*, Math. Ann. 124 (1952), S. 393–426.
37. *Die Zetafunktion einer algebraischen Kurve vom Geschlechte Eins*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys.-Chem. Abt. 1953, S. 88–94.
38. *Zur Transformationstheorie der elliptischen Funktionen*, Akad. Wiss. Mainz, Abh. Math.-Nat. Kl. 1954, S. 95–104.
39. *Die Zetafunktionen einer algebraischen Kurve vom Geschlechte Eins, II*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. IIa, 1955, S. 13–42.
40. *On the zeta-function of an elliptic function field with complex multiplications*, Proceedings of the International Symposium on Algebraic Number Theory, Tokyo and Nikko 1955, S. 47–50.
41. *The zeta-functions of algebraic curves and varieties*, J. Indian Math. Soc. (N.S.) 20 (1956), S. 89–101.
42. *Die Zetafunktion einer algebraischen Kurve vom Geschlechte Eins, III*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. IIa, 1956, S. 37–76.
43. *Die Zetafunktionen einer algebraischen Kurve vom Geschlechte Eins, IV*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. IIa, 1957, S. 55–80.
44. *Die Klassenkörper der komplexen Multiplikation*. Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften: Mit Einschluβ ihrer Anwendungen, Band I 2, Heft 10, Teil II (Article I 2, 23).
45. *Asymptotische Entwicklungen der Dirichletschen L-Reihen*, Math. Ann. 168 (1967), S. 1–30.
46. *Algebren*, Zweite korrigierte Auflage, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 41, Springer-Verlag, Berlin–New York 1968.
47. *Imaginäre quadratische Zahlkörper mit der Klassenzahl Eins*, Invent. Math. 5 (1968), S. 160–179.
48. *Lectures on the Theory of Algebraic Functions of One Variable*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 314, Springer-Verlag, Berlin–New York 1973.
49. *Carl Ludwig Siegel, 31.12.1896–4.4.1981*, Acta Arith. 45 (1985), S. 93–107.

ACTA ARITHMETICA
XLVII (1986)

The greatest prime factor of the integers in an interval

by

R. C. Baker (Egham)

1. Introduction. Let $P(x)$ denote the greatest prime factor of

$$\prod_{x<n\leqslant x+x^{1/2}} n.$$

It is conjectured that $P(x) > x$ for large x. As an approximation to this conjecture it was shown by Ramachandra [17] that $P(x) > x^{15/26}$, and later [18] that $P(x) > x^{5/8}$, for large x. The same problem was considered by Jutila [15], but the strongest result in the literature is

$$P(x) > x^{0.66}$$

(Graham [7]). The object of the present paper is to show that, for large x,

$$P(x) > x^{7/10}. \tag{1}$$

Our proof is far longer than that of Graham.

Let $\varepsilon > 0$. The greatest prime factor of the integers in the slightly longer interval

$$(x,\ x+x^{1/2+\varepsilon}]$$

was shown by Jutila [14] to be larger than $x^{2/3-\varepsilon}$. His result was improved in the series of papers [1], [2] by Balog and [3], [4] (Balog, Harman and Pintz) culminating in the lower bound $x^{0.82}$. The stronger result is due to the availability of Dirichlet polynomial methods, which do not apply to $P(x)$.

The main tools we use to improve Graham's result are

(i) a more elaborate treatment of 'Type I' sums

$$\sum_h \sum_m a_m \sum_n e\left(\frac{h\zeta}{mn}\right)$$

than Graham's [6], [7], though the same basic principles are used;

(ii) estimates for 'Type II' sums

$$\sum_h \sum_m a_m \sum_n b_n e\left(\frac{h\zeta}{mn}\right)$$