



## Salomon Lubelski

La revue est consacrée à toutes les branches de l'arithmétique et de la théorie des nombres, ainsi qu'aux fonctions ayant de l'importance dans ces domaines.

Prière d'adresser les textes dactylographiés à l'un des rédacteurs de la revue ou bien à la Rédaction de

ACTA ARITHMETICA

Warszawa 10, ul. Śniadeckich 8.

La même adresse est valable pour toute correspondance concernant l'échange de Acta Arithmetica.

Les volumes IV et suivants de ACTA ARITHMETICA sont à obtenir chez

Ars Polona, Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7.

Prix d'un volume 7,50 \$. Un volume contient 3 fascicules à 2,50 \$.

Les volumes I-III (reédits) sont à obtenir chez Johnson Reprint Corp., 111 Fifth Ave., New York, N.Y.

En reprenant de nouveau la publication du périodique „Acta Arithmetica”, interrompue par la guerre en 1939, la Rédaction voudrait avant tout honorer la mémoire d'un de fondateurs de ce périodique, Salomon Lubelski.

Salomon Lubelski est né à Varsovie en 1902. Il finit ses études à l'Université de Varsovie, où il obtint son doctorat è.s. Toute son activité scientifique se concentrait sur la théorie des nombres, et était étroitement liée avec cette université.

Lorsque la guerre éclata en 1939 il alla s'établir à Białystok, où il fut nommé chef d'une chaire à l'Institut Supérieur de Pédagogie.

Peu de temps après le déclenchement de la guerre entre l'Allemagne et l'Union Soviétique (22 Juin 1941) Białystok se trouva occupé par l'armée allemande, et Lubelski fut emprisonné dans un camp de concentration non loin de Lublin, en territoire polonais alors occupé dont il ne sortit plus.

La date exacte de sa mort n'est pas connue.

### Bibliographie des travaux de S. Lubelski

1. *Über die Teiler der Form  $x^2 + Dy^2$* , Comptes-Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens de Pays Slaves (1930), p. 233-243.
2. *Ueber Kongruenzen mit Idealmoduln*, Comptes-Rendus du Premier Congrès des Mathématiciens de Pays Slaves (1930), p. 246-253.
3. *Zur Theorie der höheren Kongruenzen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 162 (1930), p. 65-68.
4. *Über die Teiler der Form  $x^2 + Dy^2$* , Prace Matematyczno-Fizyczne 38 (1931), p. 41-61.
5. *Beweis und Verallgemeinerung eines Waring-Legendreschen Satzes*, Mathematische Zeitschrift 33 (1931), p. 321-349.
6. *Zadania i twierdzenia z ogólnej teorii liczb, I*, Wiadomości Matematyczne 34 (1932), p. 1-111, *II*, ibidem 35 (1933), p. 39-113.
7. *Über die Teiler der Form  $x^3 + Dy^3$ , II*, Prace Matematyczno-Fizyczne 40 (1932), p. 69-95.
8. *Über das Verhalten der Abschnitte von Potenzreihen auf dem Konvergenzkreis*, Mathematische Annalen 109 (1933), p. 230-234.
9. *Studien über den großen Fermatschen Satz*, Prace Matematyczno-Fizyczne 42 (1935), p. 11-44.

PRINTED IN POLAND

10. *Lösung eines Tartakovskischen Problems*, Prace Matematyczno-Fizyczne 42 (1935), p. 55-57.
11. *Zur Reduzibilität von Polynomen in der Kongruenztheorie*, Acta Arithmetica 1 (1936), p. 169-183, Prace Matematyczno-Fizyczne 43 (1936), p. 207-221.
12. *Zur Gaußschen Kompositionstheorie der binären quadratischen Formen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 176 (1936), p. 56-60.
13. *Über Klassenzahlrelationen quadratischer Formen in quadratischen Körpern*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 174 (1936), p. 160-184.
14. *Algorytm Euklidesa*, Wiadomości Matematyczne 42 (1937), p. 5-67.
15. *Zur Reduzibilität von Polynomen in der Kongruenztheorie, II*, Acta Arithmetica 2 (1937), p. 242-261.
16. *Zur Verallgemeinerung des Galoisschen Kriteriums der algebraischen Auflösbarkeit*, Acta Arithmetica 3 (1938), p. 123-131.
17. *Zur Arithmetisierung des Beweises des Minkowskischen Diskriminanten und Kronecker-Weberschen Einbettungssatzes*, Acta Arithmetica 3 (1939), p. 235-254.
18. *Zur Erweiterung des Legendreschen Satzes auf algebraische Zahlkörper*, Mathematica 15 (1939), p. 125-134.
19. *Zur Verschärfung des Jordan-Hölderschen Satzes*, Математический Сборник 9 (1941), p. 277-280.

## On the Kusmin-Landau inequality for exponential sums

by

L. J. MORDELL (Cambridge)

Let throughout this paper  $a_1, a_2, \dots, a_n$  be  $n$  real numbers. Put  $e^{ix} = e(x)$ , and

$$(1) \quad S = e(2a_1) + e(2a_2) + \dots + e(2a_n).$$

A very important question in both analysis and number theory is to find estimates for  $|S|$ . These of course depend on the nature of the  $a$ 's; and simple results have been found when the  $a$ 's satisfy the conditions

$$(2) \quad 0 < \theta \leq a_2 - a_1 \leq \dots \leq a_n - a_{n-1} \leq \varphi < \pi.$$

The question has been of interest to quite a few mathematicians including van der Corput, Kusmin, Landau, Jarník, Popken, Karamata and Tomic<sup>(1)</sup>.

When  $\varphi = \pi - \theta$  in (2), we have

$$(3) \quad |S| \leq \cot \frac{1}{2}\theta.$$

Previous estimates for this  $S$  had been found by van der Corput and Kusmin, but (3) is due to Landau who showed that it was a best possible result. When  $\varphi$  is not specialized in (2), estimates for  $|S|$  have been found by Karamata and Tomic. They give results of various kinds *e. g.*,

$$(4) \quad 2|S| \leq \cot \frac{1}{2}\theta + \tan \frac{1}{2}\varphi,$$

$$(5) \quad 2 \left| S - \frac{ie(-\theta)e(2a_1)}{2\sin\theta} \right| \leq \cot\theta + \tan \frac{1}{2}\varphi.$$

<sup>(1)</sup> References to the first five are given by Koksma in [2]; the remaining two have written a joint paper [1].